

Langfristige Hausaufgaben Klasse 10

Lineare Gleichungssysteme

Gleichungssysteme lassen sich auf unterschiedliche Art und Weise lösen z.B. mit dem Einsetzungs-, Gleichsetzungs- oder Additionsverfahren. Welches Verfahren Anwendung findet, hängt von der Form des Gleichungssystems ab. An je einem Beispiel werden die Lösungsverfahren vorgeführt:

Einsetzungsverfahren

$$\text{I } x = y + 2$$

$$\text{II } 3x - 2y = 9$$

I in II:

$$3(y + 2) - 2y = 9$$

$$3y + 6 - 2y = 9$$

$$y + 6 = 9 \quad / - 6$$

$$\underline{y = 3}$$

$$x = 3 + 2$$

$$\underline{x = 5}$$

Probe:

$$\text{I } 5 = 3 + 2$$

$$5 = 5$$

$$\text{II } 3 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 9$$

$$9 = 9$$

$$\underline{L = \{5/3\}}$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\text{I } y = 2x - 5$$

$$\text{II } y = 6x - 21$$

I = II:

$$2x - 5 = 6x - 21 \quad / + 21$$

$$2x + 16 = 6x \quad / - 2x$$

$$16 = 4x \quad / : 4$$

$$\underline{x = 4}$$

$$y = 2 \cdot 4 - 5$$

$$\underline{y = 3}$$

Probe:

$$\text{I } 3 = 2 \cdot 4 - 5$$

$$3 = 3$$

$$\text{II } 3 = 6 \cdot 4 - 21$$

$$3 = 3$$

$$\underline{L = \{4/3\}}$$

Additionsverfahren

$$\text{I } 3x + 4y = 45$$

$$\text{II } x - 4y = -17$$

$$4x = 28 \quad / : 4$$

$$\underline{x = 7}$$

$$3 \cdot 7 + 4y = 45$$

$$21 + 4y = 45 \quad / - 21$$

$$4y = 24 \quad / : 4$$

$$\underline{y = 6}$$

Probe:

$$\text{I } 3 \cdot 7 + 4 \cdot 6 = 45$$

$$45 = 45$$

$$\text{II } 7 - 4 \cdot 6 = -17$$

$$-17 = -17$$

$$\underline{L = \{7/6\}}$$

Außer mit den rechnerischen Lösungsverfahren kann ein Gleichungssystem auch grafisch gelöst werden. Dazu ebenfalls ein Beispiel:

$$\text{I } 2y + x = 4$$

$$\text{II } y = x - 1$$

1. Beide Gleichungen nach y umstellen!

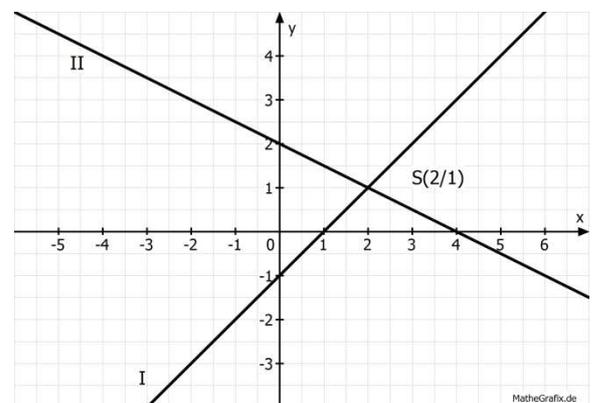
$$\text{I } y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$\text{II } y = x - 1$$

2. Beide Gleichungen als Funktionsbild einer linearen Funktion in ein Koordinatensystem zeichnen!

3. Der Schnittpunkt beider Graphen entspricht der Lösung des Gleichungssystems!

$$\underline{L = \{2/1\}}$$



Hier nun die Aufgaben zur selbstständigen Übung:

1. Löse folgende Gleichungssysteme rechnerisch nach einem selbst gewählten Lösungsverfahren!

a) I $x = y + 2$
II $3x - 2y = 9$

b) I $3x + 7y = 4$
II $5x - 7y = 44$

c) I $y = 9x - 13$
II $y = 8x - 11$

d) I $y = 11 - 2x$
II $5x - 4y = 8$

e) I $-3x + 9y = 36$
II $3x + 2y = 30$

f) I $5x - 2y = -8$
II $6x - 7y = 41$

g) I $x + 6y = 13$
II $x + 5y = 12$

h) I $3x + y = 15$
II $4x + 7y = 71$

i) I $7x + 4y = 67$
II $-2x - 4y = -42$

j) I $8x + y = 17$
II $2x + y = 5$

2. Löse folgende Gleichungssysteme zeichnerisch!

a) I $y = x - 1$
II $y = -x + 3$

b) I $y - 2x = 2$
II $y = \frac{1}{2}x - 1$

c) I $x - 2y = 1$
II $4y + x = 4$

d) I $x + y = 4$
II $y = 2x + 1$

e) I $6x = 2y - 8$
II $8y - 12 = 4x$

f) I $y - x = 0$
II $y + x = 2$

Nun noch einige Sachaufgaben zu linearen Gleichungssystemen:

- Gesucht werden zwei Zahlen x und y . Ihre Summe soll 12 und ihre Differenz 20 betragen. Wie heißen die Zahlen?
- Auf einem Lkw befinden sich 18 Kisten, die zusammen 8 t wiegen. Es sind Kisten mit 0,5 t und Kisten mit 0,4 t Gewicht geladen. Wie viele Kisten jeder Sorte sind es?
- Gesucht sind zwei Zahlen. Ihre Summe ist 6. Wird das Vierfache der einen Zahl um das Doppelte der anderen Zahl vermindert, so erhält man 12. Wie heißen die beiden Zahlen? Führe eine Probe durch!
- Steinkohle wird zum größten Teil mit der Bahn transportiert. In einem Zug laufen zwei Wagentypen mit einer Ladefähigkeit von 24 t bzw. 30 t Steinkohle. Der Zug besteht aus 32 Waggons. Er befördert insgesamt 840 t Steinkohle. Berechne, wie viele Waggons des jeweiligen Typs in einem Zug eingesetzt sind! Probe!
- Zu einer Feier werden 58 Personen erwartet. Man stellt Vierer- bzw. Sechsertische auf. Insgesamt sind es 12 Tische. Wie viele Tische von jeder Art sind es? Probe!
- Der Umfang eines gleichschenkligen Dreiecks beträgt 32 cm. Die Schenkel sind 4 cm länger als die Basis. Wie lang sind die einzelnen Seiten?
- Die Differenz zweier Zahlen beträgt 9. Addiert man zum Doppelten der ersten Zahl das Fünffache der zweiten Zahl, so erhält man 39. Wie groß sind die beiden Zahlen?
- Ein Rechteck hat einen Umfang von 40 cm. Verdoppelt man die beiden längeren Seiten, so entsteht ein neues Rechteck mit dem Umfang 64 cm. Berechne die Seitenlängen des alten Rechtecks!