

Langfristige Hausaufgaben – Mathematik 10

Ähnlichkeit

Eine zentrische Streckung erzeugt maßstäbliche Vergrößerungen bzw. maßstäbliche Verkleinerungen.

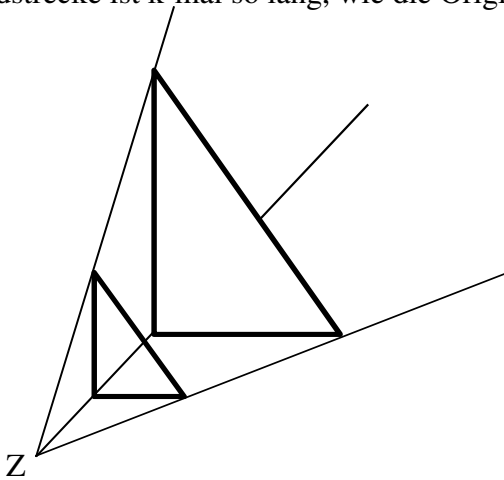
Die zentrische Streckung ist:

- für $0 < k < 1$ eine **maßstäbliche Verkleinerung**
- für $k = 1$ die **identische Abbildung**
- für $k > 1$ eine **maßstäbliche Vergrößerung**.

Eigenschaften der zentrischen Streckung

Für jede zentrische Streckung mit dem positiven Streckungsfaktor k gilt:

- (1) Gerade und Bildgerade sind zueinander parallel
- (2) Winkel und Bildwinkel sind gleich groß
- (3) Die Bildstrecke ist k -mal so lang, wie die Originalstrecke.



Prüfungsaufgaben

1. Ein Dreieck PQR soll zentrisch gestreckt werden.
 - a) Zeichnen Sie in ein Koordinatensystem auf Millimeterpapier (Koordinateneinheit : 1cm) das Dreieck PQR mit $P(2/1)$, $Q(5/1)$ und $R(2/3)$!
 - b) Zeichnen Sie das Dreieck $P'Q'R'$, das bei der zentrischen Streckung des Dreiecks PQR mit dem Streckungszentrum $Z(0/0)$ und dem Streckungsfaktor $k = 2$ entsteht!
 - c) Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks PQR !
 - d) Es sei A' der Flächeninhalt des Dreiecks $P'Q'R'$. Geben Sie das Verhältnis $A' : A$ an !

2. Durch die Punkte $P_1(0/-4)$ und $P_2(6/8)$ verläuft eine Gerade, die Bild einer linearen Funktion ist.
 - a) Zeichnen Sie den Graph dieser Funktion in ein Koordinatensystem mindestens im Intervall $-1 < x < 7$. (Längeneinheit im Koordinatensystem: 1 cm)
 - b) Geben Sie die Gleichung der Funktion an.
 - c) Durch die Punkte $A(0/0)$, $B(2/0)$, $C(5/6)$ und $D(0/6)$ ist ein Viereck gegeben. Zeichnen Sie dieses Viereck in das bei a) verwendete Koordinatensystem.
 - d) Begründen Sie die Ähnlichkeit der Dreiecke P_1BA und P_1CD .
 - e) Geben Sie das Verhältnis der Flächeninhalte der Dreiecke P_1BA und P_1CD an.

3. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\overline{AB} = 6,5 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 3,8 \text{ cm}$ und $\overline{AC} = 9,7 \text{ cm}$.
- Konstruieren Sie das Dreieck ABC .
 - Konstruieren Sie die Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten.
Bezeichnen Sie den Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit Z .
 - Konstruieren Sie das Bilddreieck $A_1B_1C_1$ vom Dreieck ABC bei der zentrischen Streckung mit dem Streckungszentrum Z und dem Streckungsfaktor $\frac{3}{2}$.
 - Berechnen Sie den Umfang des Bilddreiecks $A_1B_1C_1$.
 - Ein weiteres Bilddreieck $A_2B_2C_2$ vom Dreieck ABC hat einem Umfang von 2400 m .
Ermitteln Sie die Seitenlängen dieses Bilddreiecks.
4. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $\overline{AB} = c = 5,0 \text{ cm}$, $\alpha = 37^\circ$ und $\beta = 53^\circ$.
- Konstruieren Sie das Dreieck ABC .
 - Begründen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist.
 - Spiegeln Sie das Dreieck ABC an \overline{AB} . Der Bildpunkt von C ist D .
 - Zeichnen Sie die Strecke \overline{CD} . Der Schnittpunkt von \overline{AB} und \overline{CD} ist Z .
Konstruieren Sie das Bild $A_1D_1B_1C_1$ des Vierecks $ADBC$ bei einer zentrischen Streckung mit dem Zentrum Z und dem Faktor 2 .
 - In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der Vierecke $ADBC$ und $A_1D_1B_1C_1$ zueinander?
5. Ein geradlinig begrenztes Firmenlogo hat die Form eines Fünfecks. In einem Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) haben die Eckpunkte die Koordinaten $A(1/1)$, $B(7/1)$, $C(10/3)$, $D(4/3)$ und $E(1/9)$.
- Zeichnen Sie dieses Logo in das Koordinatensystem ein. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Firmenlogos.
 - Für den Briefkopf muss das Logo verkleinert werden. Zeichnen Sie das Bild $A_1B_1C_1D_1E_1$ des Firmenlogos $ABCDE$ bei der zentrischen Streckung mit dem Zentrum A und dem Faktor $k = \frac{1}{2}$.
 - Das Firmenlogo $ABCDE$ soll vergrößert im Maßstab $1 : 50$ auf die Außenwand des Firmengebäudes gemalt werden. Ein Liter Farbe reicht bei einmaligem Anstrich für vier Quadratmeter zu streichende Fläche. Eine Flasche enthält 750 ml Farbe. Berechnen Sie, wie viele Flaschen Farbe für das Firmenlogo bei zwei Anstrichen benötigt werden.
6. Gegeben ist ein Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6,0 \text{ cm}$, $\sphericalangle BAD = 53,0^\circ$, $\overline{AD} = 2,5 \text{ cm}$ und $\overline{CD} = 3,0 \text{ cm}$.
- Konstruieren Sie das Trapez $ABCD$.
 - Berechnen Sie die Höhe des Trapezes.
 - Konstruieren Sie das Bild $A_1B_1C_1D_1$ des Trapezes $ABCD$ bei der zentrischen Streckung mit dem Zentrum A und dem Streckungsfaktor $k = \frac{5}{2}$.
 - Ein weiteres Bild $A_2B_2C_2D_2$ hat bei der zentrischen Streckung mit dem Zentrum A die Seitenlänge $\overline{A_2B_2} = 90,0 \text{ cm}$. Geben Sie die Größe des Winkels $\sphericalangle A_2D_2C_2$ an.
Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{A_2D_2}$.